

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

Considerando a função $f: D \rightarrow \mathbf{R}$, em que $f(x) = x^3 - 3x^2 + 10$ para $x \in D = \{x \in \mathbf{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$, julgue os itens a seguir.

- 61 A função f muda a concavidade de negativa, ou para baixo, para positiva, ou para cima, em $x = 1$.
- 62 Para a função f , $x = 0$ é um ponto de máximo local que também é de máximo absoluto.
- 63 Para a função f , $x = 2$ é um ponto de mínimo local que também é de mínimo global.

Considerando as transformações lineares $P: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ e $T: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$, dadas, respectivamente, por $P(x, y, z) = (x, y)$ e $T(x, y) = (x, y, x + y)$, e considerando, ainda, que as matrizes associadas às transformações P e T nas bases canônicas sejam indicadas, respectivamente, por \mathbf{P} e \mathbf{T} , julgue os itens que se seguem.

- 64 A imagem da transformação T é um subespaço vetorial de \mathbf{R}^3 com dimensão 2.
- 65 O núcleo da transformação linear composta $T \circ P$ é gerado pelo vetor $e_3 = (0, 0, 1)$, isto é, um vetor $v = (x, y, z)$ está no núcleo de $T \circ P$, se, e somente se, $x = y = 0$.
- 66 A transformação linear composta $P \circ T$ é uma bijeção de \mathbf{R}^2 em \mathbf{R}^2 .
- 67 As matrizes $\mathbf{P} \times \mathbf{T}$ e $\mathbf{T} \times \mathbf{P}$ são, ambas, quadradas e inversíveis.

Julgue os itens seguintes, a respeito de números complexos e funções de variáveis complexas.

- 68 A função de variável complexa $\phi(z) = \frac{1}{z}$, para $z \neq 0$, transforma os pontos afijos da circunferência dada por $|z - i| = 1$ ($z \neq 0$) em pontos de uma reta perpendicular ao eixo imaginário.
- 69 Para algum número real α não nulo, na representação geométrica das soluções complexas z_1 , z_2 e z_3 da equação $z^3 = \alpha$, z_1 , z_2 e z_3 podem ser vértices de um triângulo retângulo.
- 70 No plano complexo, os números complexos z que satisfazem à equação $|z| = |z + 1|$ estão sobre a circunferência de centro na origem e de raio $\frac{1}{2}$.

Um pesquisador queria saber a porcentagem da população de uma região que teria sido vacinada contra determinada enfermidade até certo dia. Ele modelou o problema e propôs desenvolver o estudo utilizando a equação diferencial $P'(t) = 0,24e^{-t}P(t)^2$, em que $P(t)\%$ seria a porcentagem da população que em t dias teria sido vacinada, a partir do dia de início da vacinação, considerado dia $t = 0$. No estudo, ele verificou que, no dia $t = 0,4\%$ da população teria sido vacinada, isto é, $P(0) = 4$.

A partir dessa situação hipotética, julgue os itens que se seguem, considerando 1,79 como valor aproximado para $\ln 6$.

- 71 De acordo com o modelo, não será possível vacinar toda a população.
- 72 Na classificação das equações diferenciais, a equação apresentada é ordinária, linear e de primeira ordem.
- 73 De acordo com o modelo, para que 20% da população seja vacinada, serão necessários mais de 3 dias.

A respeito de aproximação numérica de integrais definidas, julgue o item subsequente.

- 74 O valor aproximado da integral da função $f(x) = \sin 2x$, no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, calculado pela regra de Simpson usando-se um único arco da parábola que passa pelos pontos de abscissas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{\pi}{2}$, é igual a $\frac{\pi}{3}$.

Considerando que \mathbf{Z}_n representa o conjunto dos inteiros módulo n e que \mathbf{M}_n representa o conjunto das matrizes quadradas $n \times n$, cada um com as operações de adição e multiplicação usuais, julgue os itens seguintes, a respeito da álgebra de corpos, anéis e grupos.

- 75 O anel \mathbf{Z}_2 é um corpo.
- 76 No anel \mathbf{Z}_7 , o inverso multiplicativo de 5 é 3.
- 77 O anel \mathbf{M}_2 é um domínio de integridade.
- 78 O anel \mathbf{Z}_m , em que $n = p^2$, com p primo, é um corpo.

O efetivo de uma agência de inteligência é formado por 30 oficiais de inteligência, 70 agentes de inteligência e 40 analistas. Para redigir um relatório operacional são necessários 3 oficiais de inteligência, 8 agentes de inteligência e 1 analista; para o acompanhamento de investigado, são necessários 2 oficiais, 2 agentes e 4 analistas. Cada relatório operacional gera, para a agência, R\$ 5.000 de resultado financeiro, e cada acompanhamento de investigado, R\$ 3.000.

A partir dessa situação hipotética, julgue os itens seguintes.

- 79 O maior resultado financeiro que a agência pode obter ocorrerá com a produção de 8 relatórios operacionais e de 3 acompanhamentos de investigado.
- 80 Para obter o maior resultado financeiro possível, a agência não necessitará empregar toda a sua força de trabalho.
- 81 A função objetivo associada ao problema de otimização do resultado financeiro é expressa, em milhares de reais, por $f(x, y) = 3x + 5y$, em que x e y indicam, respectivamente, as quantidades de relatórios operacionais redigidos e de operações de acompanhamento de investigado realizadas.
- 82 A solução ótima ocorre no interior da região de soluções viáveis, que é determinada em função das restrições impostas pela força de trabalho disponível para a agência.
- 83 O maior resultado financeiro passível de ser obtido pela agência é inferior a R\$ 50.000.

O relatório de inteligência elaborado por um agente registra que o suspeito investigado, quando frequenta determinado restaurante, sempre ocupa uma de três mesas, localizadas, segundo um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais imaginário, nos pontos $A = (2, 3)$, $B = (7, 2)$ e $C = (5, 6)$. Para aumentar as chances de capturar as conversas do investigado, independentemente da mesa por ele escolhida entre essas três, será colocado um ponto eletrônico de escuta em um ponto $P = (x, y)$, de modo que a soma dos quadrados das distâncias de P às mesas A , B e C seja mínima.

A partir dessa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

- 84 Considerando-se 7,2 como valor aproximado para $\sqrt{52}$, é correto afirmar que, no triângulo ABC , o ângulo correspondente ao vértice A é menor que 60° .
- 85 O ponto P é o baricentro do triângulo formado pelos pontos A , B e C .
- 86 O ponto P é equidistante dos pontos A , B e C .

Na investigação de atividade suspeita, uma agência de inteligência pretende utilizar um microdrone para filmagens e captura de som ambiente. Dissimuladamente, o microdrone deverá realizar voos de insetos, como moscas ou abelhas. Para esse fim, um protótipo foi criado pela equipe técnica: inicialmente ele deveria voar segundo a trajetória descrita pela curva parametrizada diferenciável de \mathbf{R}^3 definida por: $c(t) = \left(\text{sen } \frac{t}{6} \times \text{cos } t, \text{sen } \frac{t}{6} \times \text{sen } t, \text{cos } \frac{t}{6} \right)$, em que $t \in \mathbf{R}$ indica o tempo em segundos, e as distâncias são dadas em metros.

Considerando essa situação hipotética, julgue os itens que se seguem.

- 87 Seguindo a trajetória indicada pela curva $c(t)$, o microdrone estará sempre a um metro de distância da origem do sistema de coordenadas cartesianas no qual a parametrização foi escolhida.
- 88 O traço da curva $c(t)$ está contido em um plano \mathbf{R}^3 .
- 89 A curva $c(t)$ é regular.
- 90 A curva $c(t)$ está parametrizada pelo comprimento de arco.
- 91 No protótipo, a velocidade escalar do microdrone será constante em sua trajetória ao longo do traço da curva $c(t)$.

Ao investigar as relações entre indivíduos suspeitos de prática de delitos, 10 deles foram separados em um conjunto S . Um oficial técnico de inteligência definiu os seguintes conjuntos:

- $R = \{(x, y) \mid x, y \in S \text{ e } x \text{ praticou delito em mútuo acordo com } y\}$ e, para cada i com $1 \leq i \leq 9$,
- $T_i = \{x \in S \mid x \text{ praticou delito em mútuo acordo com exatamente } i \text{ suspeitos de } S\}$ e
- $T_0 = \{x \in S \mid x \text{ não praticou delito ou praticou delito sozinho}\}$.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens.

- 92 Existem pelo menos dois suspeitos de S , de modo que são iguais as quantidades de elementos de S com os quais eles praticam delitos em mútuo acordo.
- 93 Considere que, para identificar possíveis parcerias em delitos, acareações com os elementos de S serão realizadas. Nesse caso, a quantidade de acareações que podem ser realizadas com os suspeitos do conjunto S é inferior a 1.000.
- 94 Se $(x, y) \in R$ então $(y, x) \in R$, isto é, a relação definida pelo conjunto R é uma relação simétrica.
- 95 Se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$, então $(x, z) \in R$, isto é, a relação definida pelo conjunto R é transitiva.
- 96 Para cada i com $0 \leq i \leq 9$, é correto afirmar que T_i é não vazio.

As variáveis aleatórias X e Y representam as quantidades de notificações diárias de incidentes de segurança em duas redes de computadores. A função de distribuição da variável Y é expressa por $p(y) = P(Y = y) = 0,5^{y+1}$, para $y \in \{0, 1, 2, \dots\}$; a distribuição condicional de X dado Y é $p(x|y) = P(X = x|Y = y) = [1 - p(y)] \times p(y)^x$, para $x \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

Com referência a essas variáveis, julgue os próximos itens.

- 97 Para todo $q \in \{0, 1, 2, \dots\}$, tem-se $P(Y > q) = P(Y = q)$.
- 98 O valor da esperança condicional $E(X|Y = y)$ cresce à medida que y aumenta.
- 99 $P(X = 0) > 0,6$.
- 100 $P(X = 0, Y = 1) < 0,5$.
- 101 Se $T = X + Y$ representa o total diário de notificações de incidentes de segurança registrado nas referidas redes de computadores, então $\text{Var}(T) \geq \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$.

A quantidade diária de veículos que passam por determinado local é uma variável aleatória discreta W que se distribui como

$$P(W = k) = \binom{k+4}{k} \theta^k (1-\theta)^5, \text{ em que } k \in \{0, 1, 2, \dots\} \text{ e } 0 < \theta < 1.$$

Uma amostra aleatória simples W_1, W_2, \dots, W_n foi retirada da população W com o propósito de serem feitas inferências sobre o parâmetro θ , a média populacional $\mu = E[W]$ e a variância populacional $\sigma^2 = \text{Var}[W]$.

A partir dessas informações, julgue os seguintes itens, considerando

$$\bar{W} = \frac{W_1 + W_2 + \dots + W_n}{n}.$$

- 102 A expressão $\bar{W} + \bar{W}^2/5$ representa um estimador da variância σ^2 .
- 103 A média amostral \bar{W} é o estimador de máxima verossimilhança da média μ .
- 104 A soma $n\bar{W} = W_1 + W_2 + \dots + W_n$ possui função de distribuição de probabilidade expressa por $P(n\bar{W} = s) = \binom{s+4n}{s} \theta^s (1-\theta)^{5s}$, em que $s \in \{0, 1, 2, \dots\}$ e $0 < \theta < 1$.
- 105 A variável aleatória $(\bar{W} - \mu) \sqrt{\frac{n(1-\theta)}{\mu}}$ possui média zero e variância unitária.

Um levantamento amostral foi realizado para se estimar o valor médio mensal (em R\$ mil) *per capita* gasto em segurança da informação. Como a população de interesse se organiza naturalmente em 50 grupos de pessoas (facilmente identificáveis), decidiu-se selecionar ao acaso 5 desses grupos. Todas as pessoas de cada grupo ($i = 1, 2, \dots, 5$) foram entrevistadas, e os resultados encontrados são mostrados no quadro a seguir, que mostra também a quantidade (n_i) de pessoas em cada grupo e o valor mensal gasto em segurança da informação por cada grupo (y_i , em R\$ mil).

i	n_i	y_i
1	10	5
2	20	2
3	30	1
4	20	4
5	20	8
total	100	20

A partir dessas informações, julgue os itens que se seguem, a

respeito do estimador de razão $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^5 y_i}{\sum_{i=1}^5 n_i}$.

- 106 Os grupos de pessoas representam subpopulações que constituem uma partição da população. Assim, o levantamento amostral em questão exemplifica uma amostragem aleatória estratificada, em que os grupos formam os estratos e cada pessoa presente em um estrato é uma unidade amostral.
- 107 A estimativa do valor médio mensal *per capita* gasto com segurança da informação pela população em tela foi maior ou igual a R\$ 220.
- 108 A estimativa do desvio padrão de \bar{y} é inferior a R\$ 100.
- 109 Estima-se que o montante total gasto com segurança da informação pela população em tela tenha sido igual a R\$ 200 mil.

Para o desenvolvimento de um sistema eletrônico, um analista efetuará simulações de Monte Carlo com base em realizações das variáveis aleatórias independentes U e V , ambas uniformes no intervalo $(0, 1)$.

A respeito dessa situação hipotética, julgue os itens subsequentes.

- 110 A transformação $T = \sqrt{n(V^{-2/n} - 1)} \times \text{sen}(2\pi U)$, em que $n > 0$, permite gerar realizações de uma distribuição t de Student com n graus de liberdade.
- 111 As transformações $X = \sqrt{-2 \ln V} \times \cos(2\pi U)$ e $Y = \sqrt{-2 \ln V} \times \text{sen}(2\pi U)$ produzem realizações em que há dependência entre X e Y .
- 112 Realizações de uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade podem ser obtidas mediante a transformação $-2 \ln U$.

Um experimento foi realizado para avaliar a durabilidade de três marcas diferentes de baterias. Para cada marca, foram observados aleatoriamente 12 tempos de duração, perfazendo-se uma amostra total de 36 observações.

Considerando que se pretenda testar a hipótese nula H_0 : “as três marcas proporcionam as mesmas distribuições dos tempos de duração das baterias” contra a hipótese alternativa H_1 : “há pelo menos duas distribuições distintas dos tempos de duração das baterias”, julgue os próximos itens.

- 113 As hipóteses H_0 e H_1 podem ser testadas mediante aplicação do teste de Birnbaum-Hall, em que a estatística do teste, do tipo Cramér-von Mises, considera a soma dos quadrados das diferenças entre as distribuições empíricas dos tempos de duração das baterias.
- 114 O teste de postos sinalizados de Wilcoxon é um método apropriado para o experimento em tela, uma vez que os tamanhos das amostras obtidas para cada marca de bateria são todos iguais a 12.

Ao avaliar o efeito das variações de uma grandeza X sobre outra grandeza Y por meio de uma regressão linear da forma $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$, um analista, usando o método dos mínimos quadrados, encontrou, a partir de 20 amostras, os seguintes somatórios (calculados sobre os vinte valores de cada variável):

$$\sum X = 300; \sum Y = 400; \sum X^2 = 6.000; \sum Y^2 = 12.800 \text{ e } \sum (XY) = 8.400$$

A partir desses resultados, julgue os itens a seguir.

- 115 Se, nesse modelo, a soma dos quadrados dos resíduos for $SQR = 960$, então o coeficiente de determinação dessa regressão será $R^2 = 0,8$.
- 116 $\hat{\beta} < 0$.
- 117 Para $X = 10$, a estimativa de Y é $\hat{Y} = 12$.

Julgue os itens que se seguem, relativos a análise multivariada.

- 118 Em uma análise de componente principal (PCA), o primeiro componente principal será aquele determinado pelo autovetor do maior autovalor entre aqueles da matriz de variâncias e covariâncias do conjunto em análise.
- 119 Se X e Y forem variáveis independentes e tiverem distribuição normal com médias μ_X e μ_Y , respectivamente, e variâncias σ_X^2 e σ_Y^2 , respectivamente, então a soma $X + Y$ terá média $\mu_X + \mu_Y$ e variância $\sigma_X^2 + \sigma_Y^2$.

Em uma fábrica de ferragens, o departamento de controle de qualidade realizou testes na linha de produção de parafusos. Os testes ocorreram em dois campos: comprimento dos parafusos e frequência com que esse comprimento fugia da medida padrão. Historicamente, o comprimento médio desses parafusos é 3 cm, e o desvio padrão observado é 0,3 cm. Foram avaliados 10.000 parafusos durante uma semana. Desses, 1.000 fugiram às especificações técnicas da gerência: o comprimento do parafuso deveria variar de 2,4 cm a 3,6 cm. O chefe da linha de produção, porém, insiste em afirmar que, em média, 4% da produção de parafusos fogem às especificações. O departamento de controle de qualidade assume que os comprimentos dos parafusos têm distribuição normal.

A partir dessa situação hipotética, julgue os itens subsequentes, considerando que $\Phi(1) = 0,841$, $\Phi(1,65) = 0,95$, $\Phi(2) = 0,975$ e $\Phi(2,5) = 0,994$, em que $\Phi(z)$ é a função distribuição normal padronizada acumulada, e que 0,002 seja valor aproximado para

$$\sqrt{\frac{0,0384}{10.000}}$$

- 120 Considere que o maior parafuso já encontrado na linha de produção tenha 3,75 cm de comprimento. Nesse caso, a probabilidade de que um parafuso escolhido aleatoriamente tenha comprimento maior que esse será superior a 1%.
- 121 Com base nos dados apresentados, pode-se rejeitar, com significância de 5%, a afirmação do chefe da linha de produção.
- 122 A probabilidade de que um parafuso escolhido aleatoriamente tenha comprimento fora das especificações técnicas é inferior a 2,5%.

A tabela a seguir mostra dados categorizados, organizados por uma administradora de cartões de crédito, a respeito da ocorrência de fraudes em compras *online*, de acordo com os critérios **data** e **tipo de sítio**.

data	tipo de sítio	
	de jogos <i>online</i>	de móveis e eletrodomésticos
dias úteis	22	18
fim de semana e feriados	28	12

Com referência aos dados apresentados, julgue os itens que se seguem.

- 123 A correlação entre as variáveis **data** e **tipo de sítio**, medida pelo coeficiente de contingência de Pearson, é menor que 0,20.
- 124 Menos de 50% das fraudes que ocorrem em sítios de jogos *online* ocorrem em fim de semana e feriados.
- 125 Se as variáveis **data** e **tipo de sítio** fossem totalmente independentes, então a quantidade de fraudes que ocorrem nos sítios de móveis e eletrodomésticos nos dias úteis deveria ser inferior a 14.

A respeito de séries temporais, julgue os itens seguintes.

- 126 A série temporal modelada por $y_t = 0,6y_{t-1} + 1,2t + e_t$ é uma série autorregressiva AR(1) com tendência.
- 127 A série temporal $\{x_t; t = 0, 1, 2, \dots\}$ expressa por $x_t = x_{t-1} + e_t$, em que e_t é um termo de variação com média zero e variância constante, é denominada ruído branco.

A tabela abaixo mostra dados de sobrevivência (em dias) de uma coorte de animais acometidos por uma doença aguda. Na primeira coluna, t corresponde aos dias, sendo $t = 0$ o dia em que a contagem começou a ser feita; v_t , na segunda coluna, é a quantidade de animais vivos no início do dia t ; d_t , na terceira coluna, indica quantos animais morreram no decorrer do dia t .

t	v_t	d_t
0	10.000	500
1	9.500	700
2	8.800	800
3	8.000	800
4	7.200	1.080
5	6.120	720
6	5.400	1.350
7	4.050	1.350
8	2.700	1.200
9	1.500	1.500

Com referência a essas informações, julgue os itens que se seguem.

- 128 Se um animal que estivesse vivo no início do dia $t = 4$ fosse escolhido ao acaso, a probabilidade de ele ter chegado vivo no dia $t = 7$ seria superior a 60%.
- 129 Se um animal que estivesse vivo no início do dia $t = 3$ fosse escolhido ao acaso, a probabilidade de ele ter morrido até o dia $t = 6$ seria superior a 50%.
- 130 Se um animal que estivesse vivo no início do dia $t = 4$ fosse escolhido ao acaso, a probabilidade de ele morrer nesse dia seria igual a 15%.

Considerando 1,6 como valor aproximado para $\log_2 3$, julgue os próximos itens, a respeito de entropia na teoria da informação.

- 131 A entropia relativa, ou divergência de Kullback-Leibler, é uma medida para a distância de duas distribuições de um conjunto de dados, uma correta e outra incorretamente assumida, e é sempre um número positivo.
- 132 A entropia de um dado honesto é igual a 3,6.

A respeito de criptografia, julgue os itens a seguir.

- 133 No modelo de criptografia simétrica, o texto encriptado poderá ser lido sem que se tenha a chave de encriptação utilizada.
- 134 A criptografia caracteriza-se pelo procedimento que utiliza algoritmos matemáticos para transformar dados em formato ininteligível, de modo que não sejam imediatamente lidos.
- 135 Se os dados referentes a determinada informação trafegada em uma rede sem fio empresarial são criptografados, então, para esses dados, deverão ser utilizados, em conjunto, o algoritmo de compressão e o algoritmo de criptografia.

Com relação a protocolos e algoritmos criptográficos, julgue os itens seguintes.

- 136 O algoritmo RC4 é considerado um algoritmo assimétrico, sendo usado em protocolos de transmissão de rede sem fio como o WEP.
- 137 Com o algoritmo RSA, é inviável, por meio computacional, determinar a chave de decifração conhecendo apenas o algoritmo de criptografia e da chave de encriptação.
- 138 Em uma criptografia de chave pública, com qualquer protocolo de criptografia, todas as chaves permanecem secretas.
- 139 O algoritmo de criptografia AES é considerado simétrico e tem a capacidade de receber chaves de 24 bites.

Acerca das funções *hash*, julgue os itens subsequentes.

- 140 O processamento de um SHA-512, quando utilizado, ocorre em uma série de etapas, sendo uma delas a responsável por inicializar o *buffer* de *hash*, que tem valores armazenados em formato *little-endian*.
- 141 As funções *hash* são utilizadas em diversos meios computacionais, sendo uma de suas aplicações a verificação de integridade dos dados de uma transmissão.
- 142 Para verificar a integridade de uma mensagem com assinatura digital, a pessoa que a recebeu deverá conhecer a chave pública do usuário que a enviou.

A respeito de modos de operação de cifra, julgue os itens que se seguem.

- 143 A ação do usuário em mexer o mouse aleatoriamente em um computador é incapaz de gerar entropia.
- 144 As múltiplas chaves produzidas pelo 3DES são vulneráveis a ataques de força bruta; uma alternativa para evitar essa vulnerabilidade é o uso do DES.
- 145 A cifra CBC (*cipher block chaining*) é tipicamente aplicada em mecanismos de autenticação.
- 146 Os blocos de bites de texto claro são independentemente codificados, utilizando-se chaves distintas e inéditas.
- 147 Cifras de bloco como AES e DES são encriptadas sobre um bloco determinado de bites, que para a cifra DES são 256, e, para o AES, 128.
- 148 Uma entrada de vídeo de uma câmera em um computador pode ser uma fonte de entropia.

Considerando criptosistemas de chave pública, julgue os itens a seguir.

- 149 O algoritmo DH (Diffie-Hellman) efetua troca de chaves e não suporta assinatura digital.
- 150 A capacidade de encriptar, decifrar e trocar chaves é característica do algoritmo RSA.

Espaço livre