CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

Sabendo que os números racionais são, precisamente, as dízimas periódicas, julgue os itens seguintes acerca de números e dízimas periódicas e não periódicas.

71 Um número é irracional se, e somente se pode ser representado por uma dízima não periódica.

72 O produto de dois números irracionais é um número irracional.

73 O produto de um número racional não nulo por um número irracional será sempre um número irracional.

74 O número 0,1010010001... é um número racional.

O preço de uma corrida de táxi convencional é calculado somando o valor da bandeirada (inicial e fixo) com o valor da distância percorrida. Essa relação pode ser representada, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy, por uma função da forma $y = f(x)$, em que y é o preço cobrado pela corrida de x quilômetros. Considerando que o valor da bandeirada seja de R$ 5,00 e R$ 0,50 por quilômetro percorrido, julgue os próximos itens.

75 Se uma corrida de táxi custou R$ 55,00, então a distância percorrida foi superior a 90 km.

76 A função $y = f(x)$ que fornece o preço, em reais, da corrida do táxi que percorreu x quilômetros pode ser corretamente escrita na forma $2x - y + 5 = 0$.

77 Considere que uma cooperativa de taxistas dispense o valor da bandeirada, mas passe a cobrar R$ 1,00 por quilômetro rodado. Nesse caso, para o usuário desse serviço, independentemente da quantidade de quilômetros rodados, é mais vantajoso utilizar os táxis da referida cooperativa.

78 A área da região compreendida entre o gráfico da função que fornece o preço da corrida do táxi e o eixo Ox, para $0 \leq x \leq 10$, é superior a 80 unidades de área.

79 O gráfico da função que fornece o preço da corrida de táxi é uma semirreta perpendicular à reta $y = -2x + 4$.

RASCUNHO

Para confeccionar os brigadeiros e os doces de coco para a festa de seu filho, Maria preparou uma lata de brigadeiro — cilíndrica, com medidas internas iguais a 12 cm de diâmetro e 10 cm de altura — e uma lata de docinho de coco — cilíndrica, com medidas internas iguais a 8 cm de diâmetro e 10 cm de altura. Considerando que os brigadeiros e os docinhos de coco tenham sido enrolados sob a forma de uma pequena esfera de 1 cm de raio, julgue os itens a seguir.

80 Considere que Maria tenha 820 brigadeiros e queira fazer um arranjo de doces sobre a mesa, na forma de um trapézio, colocando 3 brigadeiros na primeira fileira, 7 na segunda, 11 na terceira, 15 na quarta, e assim sucessivamente. Nesse caso, o arranjo de Maria terá 20 fileiras.

81 Maria preparou ingredientes suficientes para enrolar mais de 250 brigadeiros.

82 Se os brigadeiros e os docinhos de coco forem enrolados para formarem esferas de 2 cm de raio, os ingredientes serão suficientes para produzir metade da quantidade que seria produzida se fossem esferas de 1 cm de raio.

83 A área lateral externa da lata de docinho de coco é inferior a $70\pi\ \text{cm}^2$.

Maria comprou 300 balões, nas cores vermelha, azul e amarela, para decorar o salão de festas onde ocorreria a festa de aniversário de seu filho. Metade dos balões vermelhos comprados, $\frac{1}{5}$ dos azuis e $\frac{2}{5}$ dos amarelos, totalizando 106 balões, foram usados para decorar as colunas do salão. O restante foi utilizado em outros lugares do salão. Antes de começar a festa, metade dos balões amarelos, $\frac{2}{5}$ dos vermelhos e $\frac{1}{5}$ dos azuis estouraram, sobrando 186 balões cheios. Uma convidada para festa queria saber quantos balões de cada cor Maria havia comprado. Para tentar responder à convidada, Maria chamou de x a quantidade de balões vermelhos comprados, de y, a de amarelos e de z, a de azuis, montou o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 300 \\ 5x + 4y + 4z = 1.060 \\ 4x + 5y + 2z = 1.140 \end{cases}$$

Com base no texto e no sistema de equações apresentado acima, julgue os seguintes itens.

84 O sistema de três equações lineares em que as duas primeiras são as mesmas do sistema montado por Maria, e a terceira é a equação $6x + 5y + 5z = 1.260$ é impossível.

85 O sistema montado por Maria é possível e indeterminado.

86 Infere-se do texto que Maria comprou um número ímpar de balões vermelhos.

87 Ao montar o sistema, Maria cometeu algum erro, daí não será possível dar a resposta correta à pergunta da convidada.

RASCUNHO

Em retribuição à solução de um problema por um sábio, o rei da Brasileia permitiu que o sábio escolhesse qualquer recompensa. O sábio sorriu e, revelando ser um apreciador do feijão daquela próspera região, pegou um tabuleiro de xadrez que sempre trazia consigo fez o seu pedido: “Queria levar a quantidade de feijão associada a esse tabuleiro de xadrez, da seguinte forma: para a primeira casa, 1 grão de feijão; para a segunda, 2 grãos; para terceira, 4 grãos, e assim sucessivamente, sempre dobrando a quantidade de grãos em relação à casa anterior até esgotar todas as 64 posições do tabuleiro”. O rei a princípio sorriu da humildade do sábio e ordenou que seu pedido fosse atendido imediatamente. Algumas horas depois, os conselheiros do rei, constrangidos, revelaram que nem a safra recorde de 3,5 milhões de toneladas de feijão daquele ano seria suficiente para atender ao pedido do sábio. O sábio sorriu e disse que havia feito aquele pedido apenas para mostrar a todos a grandiosidade dos números.

Malba Tahan. **O homem que calculava** (com adaptações).

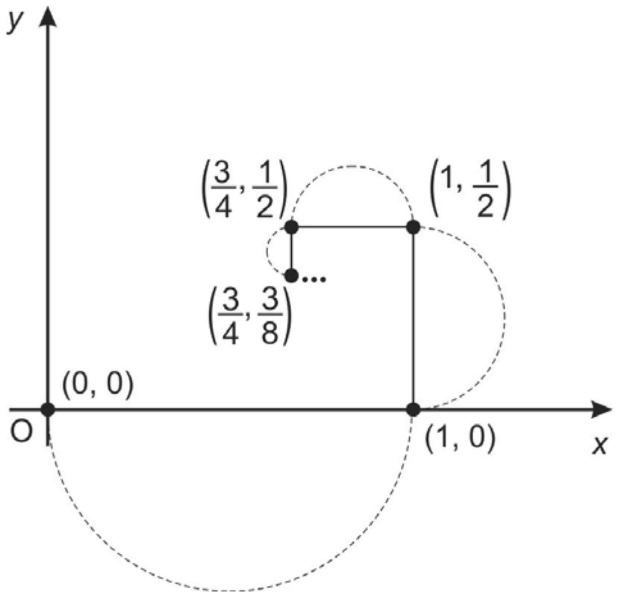
Tendo como referência o texto acima e admitindo-se que 1grão de feijão pesa 1 grama, julgue os próximos itens.

88 Sabendo que $2^4 = 16 > 10$, é correto afirmar que se, naquele ano, a safra de feijão da Brasileia tivesse sido 50 vezes maior, o rei poderia oferecer a quantidade de grãos pedida pelo sábio.

89 Sabendo-se que $2^3 = 8 < 10$, é correto afirmar que o peso da quantidade de grãos de feijão associada até a 30.ª casa do tabuleiro é inferior a 10.000 toneladas.

90 Se, para cada n, com $1 \leq n \leq 64$, S_n representa a quantidade total de grãos associada até a n-ésima casa do tabuleiro, então S_n é sempre um número ímpar.

RASCUNHO



Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy, considere que uma partícula se desloque sempre sobre segmentos de reta, seguindo uma espécie de "espiral retangular": parte da origem (0, 0) até alcançar o ponto (1, 0); daí segue até $(1, \frac{1}{2})$; depois segue até $(\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$; depois segue até $(\frac{3}{4}, \frac{3}{8})$, e assim sucessivamente. A figura acima descreve parte desse deslocamento. A partir dessa descrição e da figura, julgue os itens subsecutivos.

91 Se em vez de percorrer caminhos retos, a partícula percorrer as semicircunferências mostradas na figura, de diâmetros iguais a 1, $\frac{1}{2}$, ..., então, em algum instante, a distância percorrida pela partícula será superior a π unidades de comprimento.

92 Toda reta de equação da forma $y = kx$, em que k é uma constante real e $0 \leq k \leq \frac{2}{3}$, intercepta a espiral retangular em pelo menos um ponto.

93 A partícula se desloca sobre a "espiral retangular" de forma a se aproximar do ponto de coordenadas $(\frac{4}{5}, \frac{2}{5})$.

94 Em determinado instante, a partícula deverá percorrer exatamente 2 unidades de comprimento.

RASCUNHO

idades	15 anos	14 anos	13 anos	12 anos
alunos	5	5	15	15

Na tabela acima, que mostra a distribuição das idades dos alunos do 8.º ano de uma escola, a média aritmética das idades é igual a 13. A respeito desses estudantes e de suas idades, julgue os itens que se seguem.

95 Se, em determinado dia, 2 alunos de 12 anos de idade e mais um outro aluno faltaram às aulas e se a média aritmética das idades dos alunos presentes nesse dia continuou igual à de todos os alunos da turma, então é correto afirmar que o terceiro aluno ausente nesse dia tem mais de 13 anos de idade.

96 Se dois estudantes da turma forem aleatoriamente escolhidos para participar do coral da escola, a probabilidade de pelo menos um deles ter menos de 13 anos de idade é igual a $\frac{8}{13}$.

97 Se, para compor uma comissão de festas da escola, um aluno da turma, com mais de 13 anos de idade, for escolhido de modo aleatório, então a probabilidade de ele ter 14 anos de idade será igual a $\frac{1}{2}$.

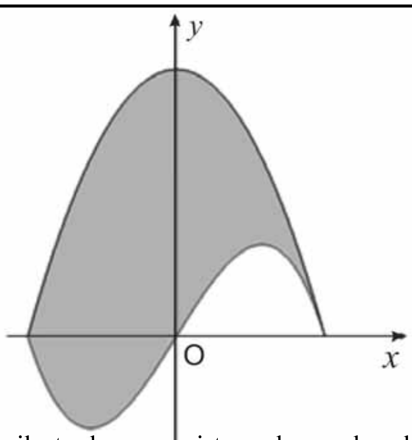
98 Considere que, ao escolher aleatoriamente dois estudantes da turma, tenha sido constatado que a probabilidade de eles serem do sexo feminino é igual a $\frac{1}{10}$. Nesse caso, essa turma tem mais de 15 alunas.

99 Considere que, em três ocasiões diferentes durante o ano letivo, seja escolhido, aleatoriamente, um estudante do 8.° ano para representar a turma em evento estudantil. Nesse caso, a probabilidade de que um mesmo aluno seja escolhido nas três ocasiões é inferior a $\frac{1}{5.000}$.

100 A mediana das idades dos alunos dessa turma é inferior a 14.

101 A moda da distribuição das idades dos alunos dessa turma é igual a 12,5 anos.

102 O desvio padrão da distribuição das idades é igual a 1.



A figura acima, ilustrada em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy, em que a unidade de medidas é o centímetro, foi escolhida para compor a logomarca de uma escola. Essa logomarca corresponde a uma região no plano cartesiano limitada pelos gráficos das funções $y = f(x) = 28 - \frac{7}{25}x^2$ e $y = g(x) = \frac{5}{2}x - \frac{1}{40}x^3$, para x no intervalo $[-10, 10]$. Tendo como referência essa logomarca, julgue os itens de **103** a **107**.

103 A área da figura é superior a 370 cm^2.

104 Considerando-se 9,6 como valor aproximado para $[50/9]3^{1/2}$ e mantendo-se as unidades de medida, é correto afirmar que a figura acima poderá ser desenhada em uma folha de papel retangular medindo 20 cm × 30 cm.

105 No intervalo [–10, 10], as funções f e g possuem pontos de máximo e de mínimo.

106 A função f tem um único ponto crítico, que é também ponto de inflexão da função.

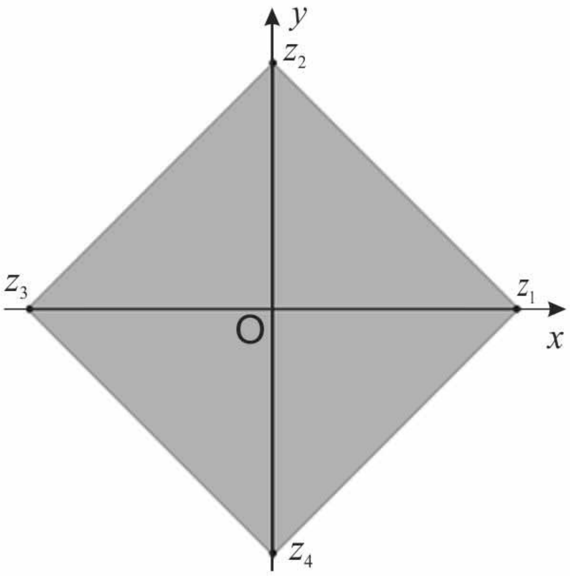
107 Considerando que as funções f e g estejam definidas, pelas expressões acima, para todo x real, é correto afirmar que, para $x > 0$ seus gráficos têm a concavidade voltada para baixo.

RASCUNHO

Quando se ensina geometria analítica, o estudo as cônicas desperta interesse pela possibilidade de se descreverem analiticamente determinados lugares geométricos, como é o caso da parábola. Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy, a parábola é descrita como o lugar geométrico dos pontos P = (x, y) cujas distâncias a um ponto fixo F = (0, y_0) — denominado foco da parábola — e a uma reta r: $y = d$ — denominada diretriz da parábola — são iguais.

Tendo como referência o texto acima e a parábola $y = 28 - \frac{7}{25}x^2$, julgue o item abaixo.

108 Para essa parábola, o foco F tem coordenadas da forma $(0, 28 - d)$ e a reta diretriz tem equação da forma $y = 28 + d$, em que d é uma constante maior que 1.



A figura acima — um losango — foi construída em um plano complexo em que os elementos são da forma $z = x + iy$. O par (x, y) são as coordenadas cartesianas do ponto z em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy. A unidade imaginária i é tal que $i^2 = -1$. Os vértices da figura correspondem aos números complexos $z_1 = 1$, $z_2 = i$, $z_3 = -1$ e $z_4 = -i$.

Com base nessas informações e na figura, julgue os itens a seguir.

109 O número $(z_1 + z_2)^{10}$ é um número real.

110 Se um número complexo está sobre o segmento de reta que une z_1 a z_2, então o seu conjugado está sobre o segmento que une z_1 a z_4.

111 Se k é um número inteiro positivo ímpar, então $z_4^k = z_4$ ou $z_4^k = z_2$.

112 O ponto médio do segmento que une os pontos z_2 e z_3 é representado pelo número complexo $\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

113 A parte da figura correspondente aos pontos z tais que $|z - 1 + i| \leq 1$ ocupa mais de 25% da área total da figura.

RASCUNHO

Na negociação de compra e venda de um veículo, o comprador pagou R$ 30.000,00 no ato da compra e acertou o pagamento de mais duas parcelas de R$ 12.100,00: a primeira, em seis meses e a segunda, em doze meses.

A respeito dessa negociação, julgue os itens seguintes.

114 Considere que, quatro meses após a compra, o comprador decida quitar a dívida e, dessa forma, o vendedor lhe ofereça um desconto comercial simples à taxa de 2,5% ao mês. Nessa situação, o comprador pagou mais de R$ 21.000,00 pelas duas parcelas.

115 Considere que, para o pagamento da primeira parcela, que venceria seis meses após o ato da compra, o comprador tenha depositado mensalmente a quantia de R$ 2.000,00 em uma conta que remunera os depósitos à taxa de juros compostos de 1% ao mês; o primeiro depósito foi realizado na data da compra e, no período, não foi feito nenhuma retirada. Nesse caso, considerando 1,06 como valor aproximado para $1{,}01^6$, é correto afirmar que, na data combinada, o valor existente na conta será suficiente para pagar a primeira parcela.

116 Considere que o comprador tenha aplicado o valor correspondente as duas parcelas em uma conta que remunera o capital à taxa de juros compostos de 15% ao ano, capitalizados mensalmente. Nessa situação, a taxa efetiva da aplicação será inferior a 1,2% ao mês.

117 Considere que comprador e vendedor tenham acordado que o pagamento do valor integral do veículo ocorresse de uma só vez, sem entrada, seis meses após a data da negociação, à taxa de juros compostos de 10% ao mês para a entrada e de 3,2% ao mês para desconto da segunda parcela. Nessa situação, considerando 1,06 e 1,21 como valores aproximados para $1{,}01^6$ e $1{,}032^6$, respectivamente, é correto concluir que o valor a ser pago na data combinada será inferior a R$ 53.000,00.

118 Considere que, na data de pagar a primeira parcela, o comprador decida liquidar as duas parcelas de uma só vez e, assim, o vendedor lhe conceda um desconto racional composto de 10% ao trimestre sobre a parcela a vencer. Nesse caso, o desconto foi superior a R$ 2.000,00.

O primeiro método que permitiu calcular o valor de π com relativa precisão foi descoberto por Arquimedes, que usou o perímetro de polígonos regulares de n lados inscritos ou circunscritos na circunferência. Com relação a esse assunto, julgue o próximo item.

119 Quando se considera um polígono de n lados inscrito em uma circunferência, a aproximação obtida para o valor de π será sempre inferior ao valor real de π, independentemente do valor de n, que pode assumir qualquer valor inteiro maior ou igual a 3.

Acerca da avaliação e educação em matemática, julgue o item abaixo.

120 As principais vantagens da aplicação de avaliações objetivas em matemática é que essas avaliações são de fácil elaboração e correção, além de permitirem analisar rapidamente o conteúdo avaliado e favorecerem a livre expressão do estudante.

RASCUNHO