

assinatura do(a) candidato(a)



Universidade de Brasília



Admissão por Transferência Facultativa

2.^a Transferência Facultativa/2010

MATEMÁTICA

(Bacharelado/Licenciatura)

Segunda Etapa

Prova Dissertativa

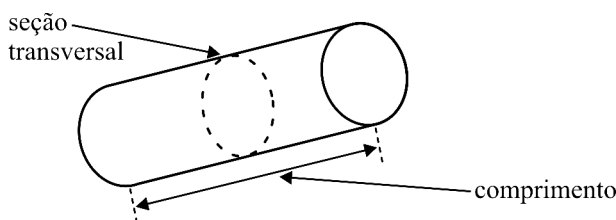
LEIA COM ATENÇÃO AS INSTRUÇÕES ABAIXO.

- 1 Confira atentamente se os dados pessoais transcritos acima estão corretos e se o curso de sua opção coincide com o que está registrado acima e no rodapé de cada página numerada deste caderno. Em seguida, verifique se este caderno contém cinco questões, acompanhadas de espaços para as respectivas resoluções. O caderno de rascunho fornecido é de uso opcional, e o texto nele escrito não servirá, de forma alguma, para a correção de sua prova.
- 2 Quando autorizado pelo chefe de sala, assine apenas no local apropriado no cabeçalho desta página.
- 3 Atenção! Somente as respostas escritas nas páginas deste caderno, as quais contêm espaços reservados para a resolução das questões, constituem documentos que servirão de base para a avaliação da sua prova.
- 4 Caso o caderno esteja incompleto, tenha qualquer defeito ou haja discordância quanto aos dados pessoais, solicite ao fiscal de sala mais próximo que tome as providências cabíveis, pois, posteriormente, não serão aceitas reclamações nesse sentido.
- 5 Não se comunique com outros candidatos nem se levante sem autorização de fiscal de sala.
- 6 Será desconsiderado trecho de resposta apresentado em espaço que ultrapasse aquele reservado para a resolução. Será desconsiderada resposta apresentada em espaço reservado para resolução de outra questão.
- 7 Caso não tenha sido determinado o contrário, o valor de cada questão será distribuído uniformemente entre os aspectos ou itens nela especificados. Em cada questão que envolver elaboração de texto, 0,5 ponto será destinado à avaliação do domínio da língua portuguesa.
- 8 É obrigatório o uso de caneta esferográfica de tinta preta. Não será avaliado texto escrito a lápis (grafite) ou que tenha identificação fora do local apropriado.
- 9 Não amasse, não rubrique, não escreva seu nome nem faça marca ou sinal identificador nos espaços destinados à resolução das questões, sob pena de ter sua prova anulada.
- 10 Escreva com letra legível. No caso de erro, risque, com um traço simples, a palavra, a frase, o trecho ou o sinal gráfico. Lembre-se: parênteses não podem ser utilizados para tal finalidade.
- 11 Nenhuma folha deste caderno pode ser destacada.

**Não utilize esta página
em nenhuma hipótese!**

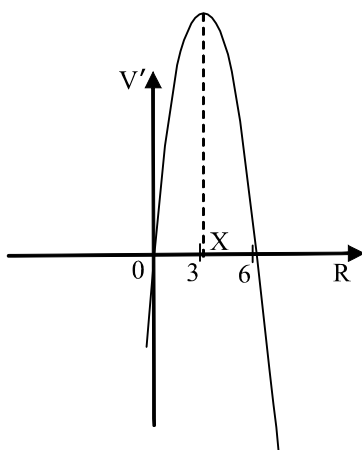
Questão 1

Uma vinícola contratou uma empresa para confeccionar embalagens na forma de um cilindro circular reto para garrafas avulsas. No contrato, foi feita a restrição de que o comprimento somado ao perímetro da seção circular transversal da embalagem precisaria ser igual a 62 cm. O modelo dessa embalagem está ilustrado na figura a seguir.



Considerando o texto e a figura acima, calcule as medidas do comprimento L do cilindro e do raio R da seção transversal, de modo que a embalagem comporte o maior volume possível. Desenvolva o seu cálculo seguindo, necessariamente, o que se pede nos itens de I a V, a seguir.

- I Determine a equação que expressa a restrição feita no contrato quanto ao tamanho das embalagens.
- II Expresse o volume V da embalagem em função do raio R e justifique a expressão. Responda às perguntas a seguir. Qual é o domínio da função V e qual é o domínio de V que realmente tem significado para o contexto do problema? Justifique sua resposta.
- III Na figura a seguir, foi feito o esboço do gráfico de V' , a primeira derivada de V , no conjunto dos números reais. Analisando o gráfico, determine os pontos críticos da função V que fazem sentido para o problema e, ainda, se V tem pontos de inflexão e quantos são.



IV Redija um texto dissertativo, explicando de que forma o gráfico de V' permite a obtenção de informações acerca do comportamento da função V .

V Mostre que o volume máximo que pode ser armazenado por essas embalagens é $V = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{62}{3}\right)^3 \text{ cm}^3$. Determine L e R para esse volume máximo.

Resolução da Questão 1 – Item I

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

Resolução da Questão 1 – Item II

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	

Resolução da Questão 1 – Item III

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

Resolução da Questão 1 – Item IV (Texto Definitivo)

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Resolução da Questão 1 – Item V

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

--

Questão 2

Um estudo sobre a população P de um país, em milhões de habitantes, em função do tempo t , em anos, com base nos dados dos censos realizados a cada período de dez anos, estabeleceu que a taxa de variação dessa população é descrita pela função

$$Q(t) = \frac{3.000 e^{-0,3t}}{(1 + 50 e^{-0,3t})^2}.$$

De acordo com o modelo estabelecido, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I A partir da função $Q(t)$, especifique como calcular a função $P(t)$, que expressa a população P do país em função do tempo t [valor do item 0,30 ponto].
- II Obtenha a expressão de $P(t)$ [valor do item 0,40 ponto].
- III Determine o valor de $P(t)$ para t suficientemente grande [valor do item 0,40 ponto].
- IV Redija um texto dissertativo, esclarecendo a expectativa de crescimento da população do referido país ao longo do tempo [valor do item 0,40 ponto].

Resolução da Questão 2 – Item I

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

Resolução da Questão 2 – Item II

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

Resolução da Questão 2 – Item III

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

--

Resolução da Questão 2 – Item IV (Texto Definitivo)

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Uma empresa decidiu lançar 4 novos produtos — P1, P2, P3 e P4 —, com o objetivo de conquistar 50% dos três tipos de consumidores — A, B e C — da região onde se encontra instalada. Para decidir quanto deve investir na publicidade dos produtos, a diretoria da empresa encomendou pesquisa que estimasse a quantidade desses consumidores, por tipo, que comprariam ou não comprariam um produto, para cada R\$ 100,00 investidos na propaganda do produto. O resultado dessa pesquisa é mostrado na tabela a seguir, em que os dados indicam as quantidades de consumidores (em centenas) que comprariam (valores positivos) e não comprariam (valores negativos) o produto, para cada R\$ 100,00 investidos na propaganda de cada produto.

	consumidor A	consumidor B	consumidor C
P1	-2	5	3
P2	8	2	-5
P3	0	0	10
P4	10	0	-2

Com base nessas informações e sabendo que as quantidades de consumidores dos tipos A, B, e C são, respectivamente, 10.000, 20.000 e 5.000, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

I Considerando X_1 , X_2 , X_3 e X_4 as quantidades de centenas de reais gastos nas propagandas dos produtos P1, P2, P3 e P4, respectivamente, redija um texto dissertativo, explicando o motivo de o sistema de equações lineares que permite calcular os gastos com propaganda, de modo a atingir o objetivo da empresa, ser dado por

$$\begin{cases} -2X_1 + 8X_2 + 10X_4 = 50 \\ 5X_1 + 2X_2 = 100 \\ 3X_1 - 5X_2 + 10X_3 - 2X_4 = 25. \end{cases}$$

Explique de que forma tal sistema pode ser resolvido [valor do item 0,50 ponto].

II Considere $X_4 = 3$ e determine o sistema a ser resolvido nesse caso [valor do item 0,30 ponto].

III Justifique a seguinte afirmação: Se $X_4 = 3$, então $X_1 < 18$, $X_2 < 7$ e $X_3 < 1,4$ [valor do item 0,70 ponto].

Não utilize este espaço em nenhuma hipótese!

Resolução da Questão 3 – Item I (Texto Definitivo)

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

Resolução da Questão 3 – Item II

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

--



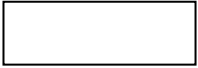


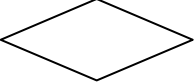
Resolução da Questão 3 – Item III

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Um fluxograma é descrito por meio de símbolos gráficos que indicam a sequência finita de passos ou operações de um algoritmo que, ao serem executados, resolvem um dado problema. Os símbolos da tabela a seguir são, frequentemente, usados na construção de fluxogramas.

Símbolo	Descrição
	Indica início ou final do algoritmo.
	Indica o fluxo dos dados e das tarefas, conectando os símbolos gráficos.
	Indica cálculos e atribuição de valores.
	Representa entrada dos dados.
	Representa saída de dados.
	Indica uma tomada de decisão e possíveis desvios no fluxo dos dados e tarefas.

Um algoritmo é descrito de forma narrativa pela sequência de passos a seguir.

- Receba como entrada de dados duas notas do aluno;
- Calcule a média aritmética e atribua esse valor a M;
- Dê saída ao valor de M;
- Verifique se a média M é maior ou igual a 5 e, nesse caso, verifique então se M é menor que 7. Em caso afirmativo, a média impressa será MM; caso contrário, verifique se M é menor ou igual a 8,9 e, nesse caso, a média impressa será MS. Caso contrário, será impresso SS;
- Se a média for menor que 5, então verifique se M é maior do que 3,9. Em caso afirmativo, a média impressa será MI; caso contrário, verifique se M é maior que 1,9 e, nesse caso, a média impressa será II. Caso contrário, será impresso SR.

Considerando a figura e o algoritmo descrito acima, faça, necessariamente, o que se pede nos itens I e II, a seguir.

- I Escreva, em um fluxograma, o algoritmo descrito acima.
- II Redija um texto dissertativo, explicando a relação entre cada símbolo do fluxograma e a descrição, de forma narrativa, do algoritmo, mostrando, assim, que o fluxograma elaborado está correto.

Resolução da Questão 4 – Item I (Texto Definitivo)

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

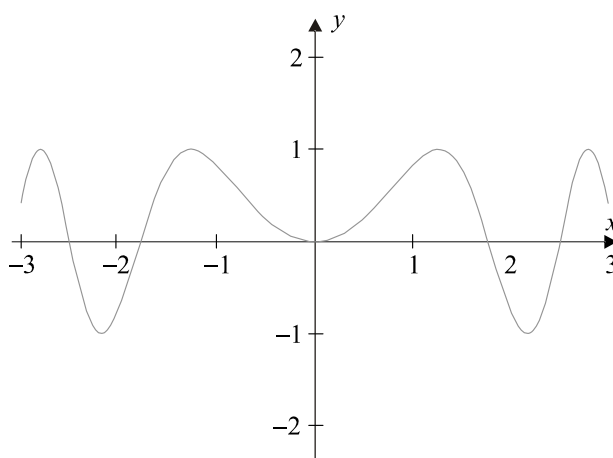
Resolução da Questão 4 – Item II (Texto Definitivo)

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

O gráfico da função $f(x)=\text{sen}(x^2)$ no intervalo $[-3, 3]$ é mostrado na figura a seguir.



Considerando que $f(x)$ não tem uma primitiva constituída de funções elementares, calcular a área sob o gráfico dessa curva no intervalo $[-1, 1]$ é um problema que pode ser resolvido por aproximação. Uma forma de resolvê-lo é obter inicialmente uma curva aproximada para a curva definida por $f(x)$ nesse intervalo por meio da determinação do polinômio de Taylor de $f(x)$ em $x=0$ e, em seguida, usar esse polinômio para calcular uma aproximação para a área.

Com base nessas informações, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Determine o polinômio de Taylor que coincide com $f(x)$ até a 3.^a derivada em $x = 0$.
- II Calcule um valor aproximado para a área determinada pela curva $f(x)$ e o eixo x , no intervalo $[-1, 1]$.
- III Redija um texto, explicando por que o polinômio de Taylor determinado no item I pode não fornecer boa aproximação para o cálculo da área determinada pela curva $f(x)$ e o eixo x , no intervalo $[2, 3]$.

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Resolução da Questão 5 – Item I

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

Resolução da Questão 5 – Item II

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Resolução da Questão 5 – Item III

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*



cespeUnB

Centro de Seleção e de Promoção de Eventos