

Questão

1

<<T0700489\_0997\_113034>>

Em determinado dia do ano, às  $x$  horas, sendo  $0 \leq x < 24$ , a umidade relativa do ar em Brasília, em porcentagem, podia ser expressa por  $f(x) = x^2/5 - 6x + 90$ .

Considerando essa situação hipotética, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Determine a função derivada de  $f(x)$ . [valor: 0,30 ponto]
- II Calcule a hora do dia em que a umidade relativa do ar teve seu menor valor e calcule, em porcentagem, a umidade nesse instante. [valor: 0,40 ponto]
- III Determine, com base no dia citado no item anterior, o período desse dia em que a umidade relativa do ar esteve abaixo de 50%. [valor: 0,40 ponto]
- IV Considerando que a umidade relativa do ar varie continuamente, redija um texto explicando por que o modelo descrito pela função  $f(x)$  não pode ser repetido em dois dias consecutivos. [valor: 0,40 ponto]

## Resolução da Questão 1 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

## Resolução da Questão 1 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

## Resolução da Questão 1 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

## Resolução da Questão 1 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |

Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!

**Questão 2**

<<T0700492\_0997\_113042>>

Em determinada cidade, em cada ano, sempre no mesmo dia, calcula-se a quantidade de chuva que cai na cidade, por metro quadrado, durante as 24 horas desse dia. Para cada  $n = 1, 2, 3, \dots$ , no  $n$ -ésimo ano, a partir de 1990, essa quantidade tem sido igual a  $a_n = 200/n^2 \text{ mm}^3$  de chuva por metro quadrado, e estudos preveem essa tendência ao longo dos anos.

Com base nessa situação hipotética, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n]$  e explique por que o valor desse limite não é suficiente para se tirar conclusões a respeito da convergência nem da divergência da série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . [valor: 0,40 ponto]
- II Considere a seguinte afirmação: a série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  é convergente se, e somente se, para todo número inteiro positivo  $p$ , a série  $\sum_{n=p}^{\infty} a_n$  é convergente. Responda, de forma justificada, se a afirmação é certa ou errada. [valor: 0,40 ponto]
- III A partir da função  $f(x) = 200/x^2$ , determine o caráter da série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , isto é, se a série converge ou diverge, usando o teste da integral. [valor: 0,30 ponto]
- IV Redija um texto explicativo respondendo se seria possível construir um reservatório em que coubesse toda chuva que cai naquela cidade, naquele dia específico, durante todas as gerações futuras a partir de 1990, desconsiderando possíveis vazamentos e evaporações. [valor: 0,40 ponto]

## Resolução da Questão 2 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

## Resolução da Questão 2 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |

## Resolução da Questão 2 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

## Resolução da Questão 2 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |

Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!

**Questão 3**

<<T0700903\_2276\_113093>>

Considerando os vetores  $\vec{u} = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{v} = (-1, 2, 0)$  e  $\vec{w} = (0, -1, 2)$  escritos na base canônica de  $R^3$ , faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Justifique por que esses vetores são arestas de um tetraedro. [valor: 0,40 ponto]
- II Sabendo que o volume do tetraedro de arestas  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  é igual a  $1/6$  do volume do paralelepípedo determinado pelos vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ , determine o volume do tetraedro. [valor: 0,40 ponto]
- III Considerando a transformação linear  $T$  que consiste na rotação, em torno do eixo  $Oz$ , de  $45^\circ$  no sentido anti-horário, determine a matriz de  $T$  e as imagens  $T(\vec{u})$ ,  $T(\vec{v})$  e  $T(\vec{w})$ ; descreva como é o núcleo de  $T$ ; e explique por que esse núcleo tem essa forma. [valor: 0,70 ponto]

### Resolução da Questão 3 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

### Resolução da Questão 3 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

### Resolução da Questão 3 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

**Questão 4**

&lt;&lt;T0700422\_1703\_118001&gt;&gt;

Considerando que o vetor posição  $\mathbf{r}$  em função do tempo  $t$  de uma partícula de massa  $m$  seja expresso por  $\mathbf{r}(t) = 5[\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + 3t\mathbf{k}]$ , em que  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  são os vetores unitários correspondentes respectivamente às direções  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de um sistema de coordenadas cartesiano, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Calcule a velocidade e a aceleração da partícula. [valor: 0,50 ponto]
- II Calcule a força resultante sobre a partícula e explique por que esta força estará sempre apontando na direção do eixo  $z$ . [valor: 0,50 ponto]
- III Explique por que o movimento da partícula corresponde a uma hélice em espiral. [valor: 0,50 ponto]

**Resolução da Questão 4 – Item I – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |

**Resolução da Questão 4 – Item II – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |

## Resolução da Questão 4 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |

Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!

Questão 5

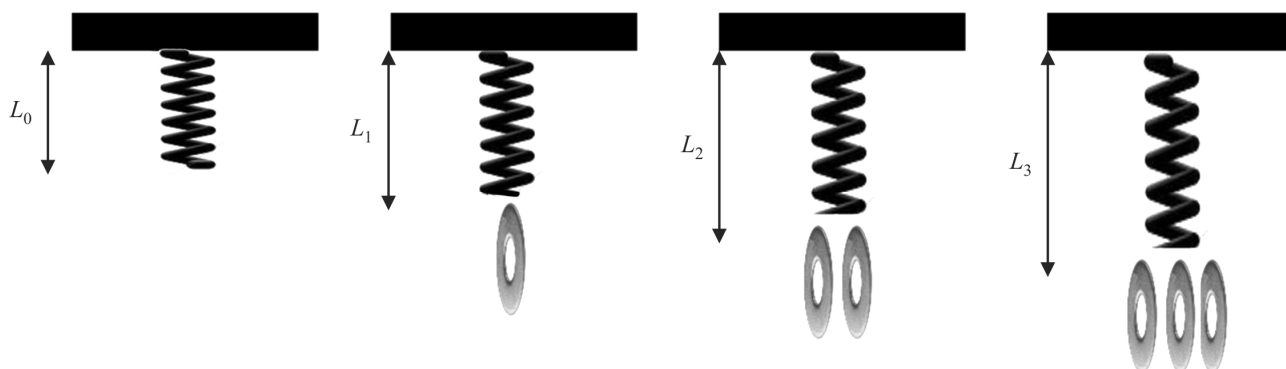
<<T0700845\_1703\_118010>>

A figura a seguir mostra um *kit*, constituído por molas e arruelas, que foi utilizado para se estudar experimentalmente a força elástica.



Com esse *kit*, montou-se o seguinte experimento.

Uma mola pendurada verticalmente teve seu comprimento natural ( $L_0$ ) registrado nessa situação. Em seguida, foram penduradas, na ponta livre da mola, uma arruela, duas e, finalmente, três arruelas —  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$ , respectivamente. A figura abaixo ilustra esquematicamente esse procedimento. Em cada situação, foi registrado o comprimento da mola e todas as medidas foram realizadas com o sistema em repouso.



Utilizando-se arruelas de massa de 10 g cada uma, foram obtidos os dados apresentados na tabela que se segue.

| comprimento da mola em cm |     |
|---------------------------|-----|
| $L_0$                     | 5,0 |
| $L_1$                     | 5,5 |
| $L_2$                     | 6,0 |
| $L_3$                     | 6,5 |

A partir dessas informações, assumindo que  $10 \text{ m/s}^2$  seja o valor aproximado da aceleração da gravidade e que nenhum erro experimental seja associado a essa grandeza, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Considerando que as características da mola atendam à lei de Hooke, obtenha a constante elástica da mola para cada uma das elongações  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  obtidas experimentalmente. Expresse a constante da mola no sistema de unidades MKS. [valor: 0,40 ponto]
- II Considerando as três medidas da constante elástica como independentes, determine o erro aleatório associado à medida dessa constante. [valor: 0,40 ponto]
- III Considerando que o erro instrumental na medida dos comprimentos seja de 1 mm e, na medida da massa das arruelas, de 1 g, determine o erro experimental associado à medida da constante da mola, utilizando a medida da elongação  $L_1$ . Expresse o valor desse erro no sistema MKS. [valor: 0,40 ponto]
- IV Descreva um procedimento, utilizando-se do material disponível no *kit* experimental, para avaliar o máximo valor de elongação a partir do qual a mola não obedeceria mais à lei de Hooke. [valor: 0,30 ponto]



## Resolução da Questão 5 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|    |  |
|----|--|
| 1  |  |
| 2  |  |
| 3  |  |
| 4  |  |
| 5  |  |
| 6  |  |
| 7  |  |
| 8  |  |
| 9  |  |
| 10 |  |

## Resolução da Questão 5 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |

## Resolução da Questão 5 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|    |  |
|----|--|
| 1  |  |
| 2  |  |
| 3  |  |
| 4  |  |
| 5  |  |
| 6  |  |
| 7  |  |
| 8  |  |
| 9  |  |
| 10 |  |

## Resolução da Questão 5 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

☐ NÃO HÁ TEXTO

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |

Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!