

**Questão 1**

&lt;&lt;T0700489\_0997\_113034&gt;&gt;

Em determinado dia do ano, às  $x$  horas, sendo  $0 \leq x < 24$ , a umidade relativa do ar em Brasília, em porcentagem, podia ser expressa por  $f(x) = x^2/5 - 6x + 90$ .

Considerando essa situação hipotética, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Determine a função derivada de  $f(x)$ . [valor: 0,30 ponto]
- II Calcule a hora do dia em que a umidade relativa do ar teve seu menor valor e calcule, em porcentagem, a umidade nesse instante. [valor: 0,40 ponto]
- III Determine, com base no dia citado no item anterior, o período desse dia em que a umidade relativa do ar esteve abaixo de 50%. [valor: 0,40 ponto]
- IV Considerando que a umidade relativa do ar varie continuamente, redija um texto explicando por que o modelo descrito pela função  $f(x)$  não pode ser repetido em dois dias consecutivos. [valor: 0,40 ponto]

**Resolução da Questão 1 – Item I – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

**Resolução da Questão 1 – Item II – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

**Resolução da Questão 1 – Item III – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

## Resolução da Questão 1 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	

*Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!*

**Questão 2**

&lt;&lt;T0700492\_0997\_113042&gt;&gt;

Em determinada cidade, em cada ano, sempre no mesmo dia, calcula-se a quantidade de chuva que cai na cidade, por metro quadrado, durante as 24 horas desse dia. Para cada  $n = 1, 2, 3, \dots$ , no  $n$ -ésimo ano, a partir de 1990, essa quantidade tem sido igual a  $a_n = 200/n^2 \text{ mm}^3$  de chuva por metro quadrado, e estudos preveem essa tendência ao longo dos anos.

Com base nessa situação hipotética, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n]$  e explique por que o valor desse limite não é suficiente para se tirar conclusões a respeito da convergência nem da divergência da série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . [valor: 0,40 ponto]
- II Considere a seguinte afirmação: a série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  é convergente se, e somente se, para todo número inteiro positivo  $p$ , a série  $\sum_{n=p}^{\infty} a_n$  é convergente. Responda, de forma justificada, se a afirmação é certa ou errada. [valor: 0,40 ponto]
- III A partir da função  $f(x) = 200/x^2$ , determine o caráter da série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , isto é, se a série converge ou diverge, usando o teste da integral. [valor: 0,30 ponto]
- IV Redija um texto explicativo respondendo se seria possível construir um reservatório em que coubesse toda chuva que cai naquela cidade, naquele dia específico, durante todas as gerações futuras a partir de 1990, desconsiderando possíveis vazamentos e evaporações. [valor: 0,40 ponto]

**Resolução da Questão 2 – Item I – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

**Resolução da Questão 2 – Item II – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	

## Resolução da Questão 2 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

## Resolução da Questão 2 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	

*Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!*

**Questão 3**

&lt;&lt;T0700903\_2276\_113093&gt;&gt;

Considerando os vetores  $\vec{u} = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{v} = (-1, 2, 0)$  e  $\vec{w} = (0, -1, 2)$  escritos na base canônica de  $R^3$ , faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Justifique por que esses vetores são arestas de um tetraedro. [valor: 0,40 ponto]
- II Sabendo que o volume do tetraedro de arestas  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  é igual a  $1/6$  do volume do paralelepípedo determinado pelos vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ , determine o volume do tetraedro. [valor: 0,40 ponto]
- III Considerando a transformação linear  $T$  que consiste na rotação, em torno do eixo  $Oz$ , de  $45^\circ$  no sentido anti-horário, determine a matriz de  $T$  e as imagens  $T(\vec{u})$ ,  $T(\vec{v})$  e  $T(\vec{w})$ ; descreva como é o núcleo de  $T$ ; e explique por que esse núcleo tem essa forma. [valor: 0,70 ponto]

**Resolução da Questão 3 – Item I – Texto definitivo**PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

**Resolução da Questão 3 – Item II – Texto definitivo**PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

**Resolução da Questão 3 – Item III – Texto definitivo**PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

**Questão 4**

&lt;&lt;T0700313\_0397\_115045&gt;&gt;

Por causa da grande toxicidade da substância química PCB, a contaminação de reservatórios de água pode ocorrer mediante descarte inadequado do lixo doméstico. Nesse sentido, uma amostra aleatória de 400 peixes foi extraída de determinado reservatório, obtendo-se as seguintes estatísticas acerca da concentração dessa substância nos peixes (em ppm): média aritmética = 1,2 ppm e desvio padrão amostral = 0,2 ppm.

Tendo como referência essa situação hipotética, considerando que  $P(Z > 1,96) = 0,025$ , em que  $Z$  representa a distribuição normal padrão, e supondo que a distribuição populacional da concentração de PCB nos peixes seja normal (ou gaussiana), faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Determine o intervalo de 95% de confiança para a concentração média de PCB na população de peixes desse lugar. [valor: 0,50 ponto]
- II Teste a hipótese nula  $H_0: \mu \geq 1,25$  ppm contra a hipótese alternativa  $H_A: \mu < 1,25$  ppm, com nível de significância igual a 2,5%, em que  $\mu$  representa a concentração média populacional de PCB nos peixes desse reservatório. [valor: 0,50 ponto]
- III Explique o que significa a função “poder” de um teste de hipóteses e exemplifique. [valor: 0,50 ponto]

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

**Resolução da Questão 4 – Item I – Texto definitivo**

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

*Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!*

## Resolução da Questão 4 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

## Resolução da Questão 4 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

*Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!*

**Questão 5**

&lt;&lt;T0700422\_1703\_118001&gt;&gt;

Considerando que o vetor posição  $\mathbf{r}$  em função do tempo  $t$  de uma partícula de massa  $m$  seja expresso por  $\mathbf{r}(t) = 5[\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + 3t\mathbf{k}]$ , em que  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  são os vetores unitários correspondentes respectivamente às direções  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de um sistema de coordenadas cartesiano, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Calcule a velocidade e a aceleração da partícula. [valor: 0,50 ponto]
- II Calcule a força resultante sobre a partícula e explique por que esta força estará sempre apontando na direção do eixo  $z$ . [valor: 0,50 ponto]
- III Explique por que o movimento da partícula corresponde a uma hélice em espiral. [valor: 0,50 ponto]

**Resolução da Questão 5 – Item I – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

**Resolução da Questão 5 – Item II – Texto definitivo**

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA  
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	



## Resolução da Questão 5 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	

*Não utilize este espaço  
em nenhuma hipótese!*