

Questão 1

<<T0700489_0997_113034>>

Em determinado dia do ano, às x horas, sendo $0 \leq x < 24$, a umidade relativa do ar em Brasília, em porcentagem, podia ser expressa por $f(x) = x^2/5 - 6x + 90$.

Considerando essa situação hipotética, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Determine a função derivada de $f(x)$. [valor: 0,30 ponto]
- II Calcule a hora do dia em que a umidade relativa do ar teve seu menor valor e calcule, em porcentagem, a umidade nesse instante. [valor: 0,40 ponto]
- III Determine, com base no dia citado no item anterior, o período desse dia em que a umidade relativa do ar esteve abaixo de 50%. [valor: 0,40 ponto]
- IV Considerando que a umidade relativa do ar varie continuamente, redija um texto explicando por que o modelo descrito pela função $f(x)$ não pode ser repetido em dois dias consecutivos. [valor: 0,40 ponto]

Resolução da Questão 1 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 1 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 1 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 1 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Questão 2

<<T0700492_0997_113042>>

Em determinada cidade, em cada ano, sempre no mesmo dia, calcula-se a quantidade de chuva que cai na cidade, por metro quadrado, durante as 24 horas desse dia. Para cada $n = 1, 2, 3, \dots$, no n -ésimo ano, a partir de 1990, essa quantidade tem sido igual a $a_n = 200/n^2$ mm³ de chuva por metro quadrado, e estudos preveem essa tendência ao longo dos anos.

Com base nessa situação hipotética, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a IV, a seguir.

- I Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n]$ e explique por que o valor desse limite não é suficiente para se tirar conclusões a respeito da convergência nem da divergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [valor: 0,40 ponto]
- II Considere a seguinte afirmação: a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente se, e somente se, para todo número inteiro positivo p , a série $\sum_{n=p}^{\infty} a_n$ é convergente. Responda, de forma justificada, se a afirmação é certa ou errada. [valor: 0,40 ponto]
- III A partir da função $f(x) = 200/x^2$, determine o caráter da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, isto é, se a série converge ou diverge, usando o teste da integral. [valor: 0,30 ponto]
- IV Redija um texto explicativo respondendo se seria possível construir um reservatório em que coubesse toda chuva que cai naquela cidade, naquele dia específico, durante todas as gerações futuras a partir de 1990, desconsiderando possíveis vazamentos e evaporações. [valor: 0,40 ponto]

Resolução da Questão 2 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 2 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	

Resolução da Questão 2 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 2 – Item IV – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Questão 3

<<T0700903_2276_113093>>

Considerando os vetores $\vec{u} = (1, 2, 1)$, $\vec{v} = (-1, 2, 0)$ e $\vec{w} = (0, -1, 2)$ escritos na base canônica de R^3 , faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Justifique por que esses vetores são arestas de um tetraedro. [valor: 0,40 ponto]
- II Sabendo que o volume do tetraedro de arestas \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} é igual a 1/6 do volume do paralelepípedo determinado pelos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} , determine o volume do tetraedro. [valor: 0,40 ponto]
- III Considerando a transformação linear T que consiste na rotação, em torno do eixo Oz , de 45° no sentido anti-horário, determine a matriz de T e as imagens $T(\vec{u})$, $T(\vec{v})$ e $T(\vec{w})$; descreva como é o núcleo de T ; e explique por que esse núcleo tem essa forma. [valor: 0,70 ponto]

Resolução da Questão 3 – Item I – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 3 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Resolução da Questão 3 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	

Questão 4

<<T0700313_0397_115045>>

Por causa da grande toxicidade da substância química PCB, a contaminação de reservatórios de água pode ocorrer mediante descarte inadequado do lixo doméstico. Nesse sentido, uma amostra aleatória de 400 peixes foi extraída de determinado reservatório, obtendo-se as seguintes estatísticas acerca da concentração dessa substância nos peixes (em ppm): média aritmética = 1,2 ppm e desvio padrão amostral = 0,2 ppm.

Tendo como referência essa situação hipotética, considerando que $P(Z > 1,96) = 0,025$, em que Z representa a distribuição normal padrão, e supondo que a distribuição populacional da concentração de PCB nos peixes seja normal (ou gaussiana), faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Determine o intervalo de 95% de confiança para a concentração média de PCB na população de peixes desse lugar. [valor: 0,50 ponto]
- II Teste a hipótese nula $H_0: \mu \geq 1,25$ ppm contra a hipótese alternativa $H_A: \mu < 1,25$ ppm, com nível de significância igual a 2,5%, em que μ representa a concentração média populacional de PCB nos peixes desse reservatório. [valor: 0,50 ponto]
- III Explique o que significa a função “poder” de um teste de hipóteses e exemplifique. [valor: 0,50 ponto]

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

Resolução da Questão 4 – Item I – Texto definitivo

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Resolução da Questão 4 – Item II – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Resolução da Questão 4 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*

Questão 5

<<T0700422_1703_118001>>

Considerando que o vetor posição \mathbf{r} em função do tempo t de uma partícula de massa m seja expresso por $\mathbf{r}(t) = 5[\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + 3t\mathbf{k}]$, em que \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} são os vetores unitários correspondentes respectivamente às direções x , y , z de um sistema de coordenadas cartesiano, faça, necessariamente, o que se pede nos itens de I a III, a seguir.

- I Calcule a velocidade e a aceleração da partícula. [valor: 0,50 ponto]
- II Calcule a força resultante sobre a partícula e explique por que esta força estará sempre apontando na direção do eixo z . [valor: 0,50 ponto]
- III Explique por que o movimento da partícula corresponde a uma hélice em espiral. [valor: 0,50 ponto]

Resolução da Questão 5 – Item I – Texto definitivoPARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Resolução da Questão 5 – Item II – Texto definitivoPARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA
 NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Resolução da Questão 5 – Item III – Texto definitivo

PARA USO EXCLUSIVO DO CHEFE DE SALA

NÃO HÁ TEXTO

1	
2	
3	
4	
5	

*Não utilize este espaço
em nenhuma hipótese!*